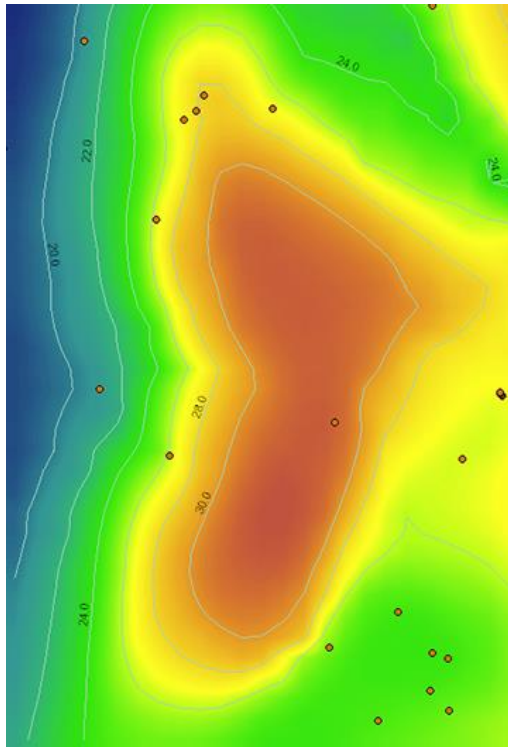


Beschrijving Isohypsentool

Geologische Dienst Nederland - TNO



Auteurs: Willem Dabekaussen, Willem Jan Zaadnoordijk
Datum: januari 2018
Grondwatertools versie: 1.1

Inhoudsopgave

1	Inleiding	3
1.1	Contact	3
1.2	Doel.....	3
2	Overzicht	4
3	Stap 1: Definitie gebruikersvariabelen.	5
4	Stap 2: Verzamelen basisgegevens.....	6
4.1	gegevens uit DINO database	6
4.2	Stijghoogtebeelden en geometrie.....	6
5	Stap 3: Uitvoeren berekening.....	8
5.1	Verschillende variabelen.	8
5.2	Meerdere waarnemingen op dezelfde locatie = dubbele punten	8
5.3	Bepaling verschil met LHM vlak	8
5.4	Verwijderen extreme waardes	9
5.5	Bepalen experimenteel variogram.....	10
5.6	Schatting variogrammodel.....	11
5.7	Interpolatie	12
5.8	Cross-validatie	12
5.9	Software.....	13
6	Stap 4: Ophalen resultaten	14
6.1	Isohypsens in de viewer	14
6.2	Download data.....	14
7	Beperkingen en aanbevelingen.....	15
8	Referenties	17

1 Inleiding

De [GDN-Grondwatertools](#) bestaan uit de tools (1) Isohyps en (2) Grondwaterdynamiek. Dit document beschrijft de achtergronden van de *Isohypsentool*. De [handleiding Grondwatertools](#) is een separaat document en beschrijft de functionaliteiten en de bijbehorende knoppen.

1.1 Contact

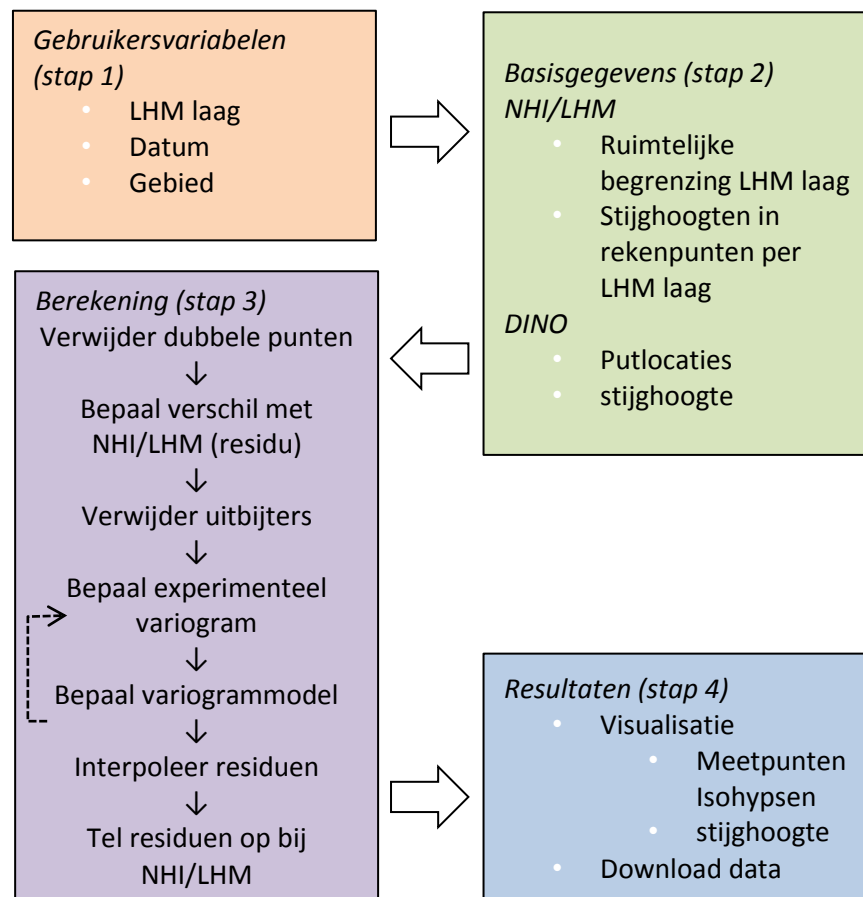
Wij zijn erg benieuwd naar uw ervaringen. Dus heeft u vragen of opmerkingen stuur deze dan naar info@dinoloket.nl

1.2 Doel

Op DINOloket zijn grondwaterstanden en stijghoogten te raadplegen afkomstig van vele duizenden putten. Deze gegevens tonen informatie op puntniveau, terwijl vaak de ruimtelijke samenhang van de gemeten waarden van belang is, of juist de stijghoogte op een niet gemeten locatie. De *Isohypsentool* geeft hierin inzicht. Naast de ruimtelijke samenhang is de variatie in de tijd een belangrijk aspect. De [Grondwaterdynamiektool](#) is daarop toegesneden.

2 Overzicht

Met de *Isohypsentool* kan een ruimtelijk patroon van de stijghoogte gemaakt worden. Hiervoor wordt stijghoogte informatie uit de DINO database gebruikt in combinatie met stijghoogtepatronen uit het Landelijk Hydrologisch Model 3.0 (NHI/LHM). Figuur 1 geeft schematisch de stappen weer die tot het ruimtelijke patroon leiden.



Figuur 1 Stroomdiagram *Isohyps tool*

Al naar gelang de interesse selecteert de gebruiker een LHM laag (zoals die zijn gedefinieerd in het NHI/LHM) en een ruimtelijke begrenzing. Het ruimtelijk patroon van de stijghoogte wordt gegenereerd op een willekeurige datum.

Het stationaire stijghoogtevlak voor de betreffende LHM laag uit het NHI/LHM dient als referentievlak. Het verschil van de stijghoogtemetingen ten opzichte van het referentievlak wordt vlakdekkend gemaakt door middel van interpolatie. Vervolgens wordt het geïnterpoleerde vlak weer bij het referentievlak opgeteld en op kaart gevisualiseerd in de viewer. De figuren 6 en 7 uit de [handleiding Grondwatertools](#) visualiseren deze methode.

In de volgende hoofdstukken worden de gebruikte gegevens (hoofdstuk 4) en de gevolgde stappen (hoofdstuk 5) in meer detail besproken.

3 Stap 1: Definitie gebruikersvariabelen.

De gebruiker definieert een aantal variabelen voor de generatie van het ruimtelijke patroon. Dit zijn:

- a. **De LHM Laag** (WVP1, WVP2,..., of WVP7 zoals gedefinieerd binnen het Landelijk Hydrologisch Model van het NHI/LHM) waarvoor een ruimtelijk patroon gewenst is. Let op: LHM laag 'WVP1' geeft het freatisch grondwater in gebieden zonder deklaag weer (REGIS code Holoceen 'hlc'). Voor isohypsen van het **1^e watervoerende pakket** moet volgens de NHI/LHM schematisatie '**WVP2**' geselecteerd worden (zie figuur 3).
- b. **De datum voor het stijghoogtevlak**. Deze kan via een menu worden gemaakt.
- c. **Het gebied** (een rechthoek met waarden voor x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max}) waarvoor een ruimtelijk patroon gemaakt moet worden. Dit gebied wordt grafische geselecteerd.

De gebruikersvariabelen worden vastgelegd in het bestand semivar_expxxx.csv (zie figuur 7), deze is te raadplegen via 'download data'.

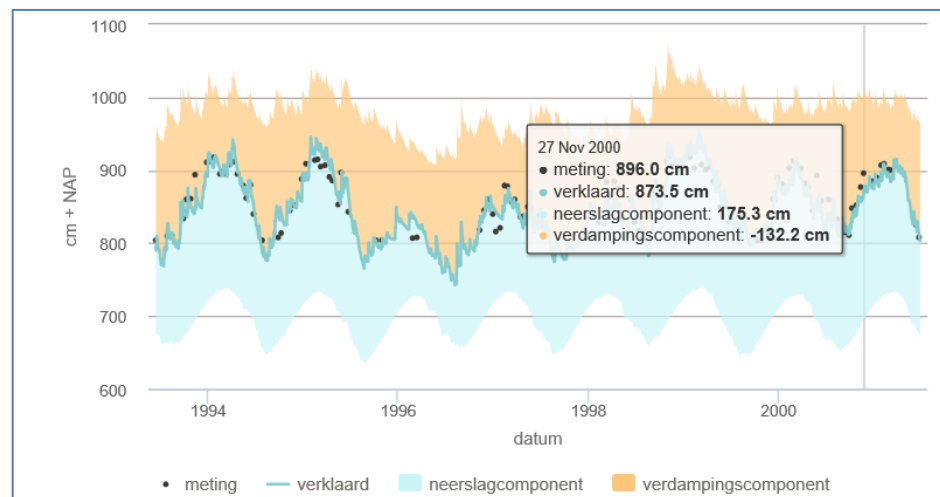
4 Stap 2: Verzamelen basisgegevens

4.1 gegevens uit DINO database

In de [DINO database](#) zijn stijghoogtereeksen opgeslagen van meetfilters in vele duizenden putten. Voor deze stijghoogte kan een ruimtelijk patroon worden gegenereerd.

Stijghoogte op datum

Uit een meetreeks van stijghoogte wordt de waarde op een specifieke datum geselecteerd. Wanneer een meetreeks geen meting heeft op de gevraagde datum wordt lineaire interpolatie toegepast tussen de eerste meting voor en na de gevraagde datum, met een maximum tijdsverschil van 20 dagen.

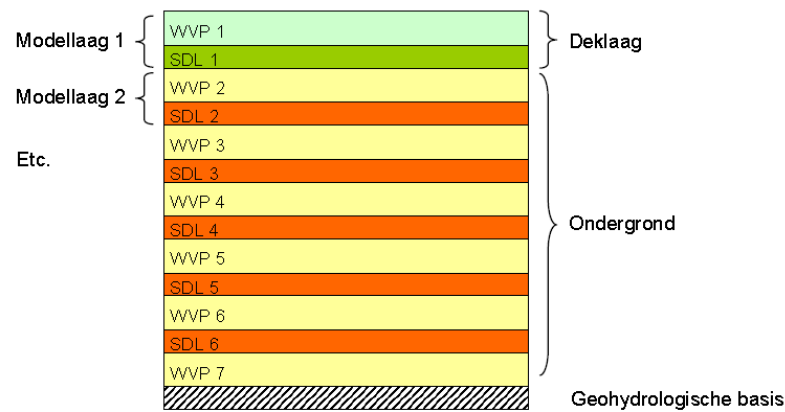


Figuur 2, voorbeeld van stijghoogtereeksen (uit de Grondwaterdynamiektool)

4.2 Stijghoogtebeelden en geometrie

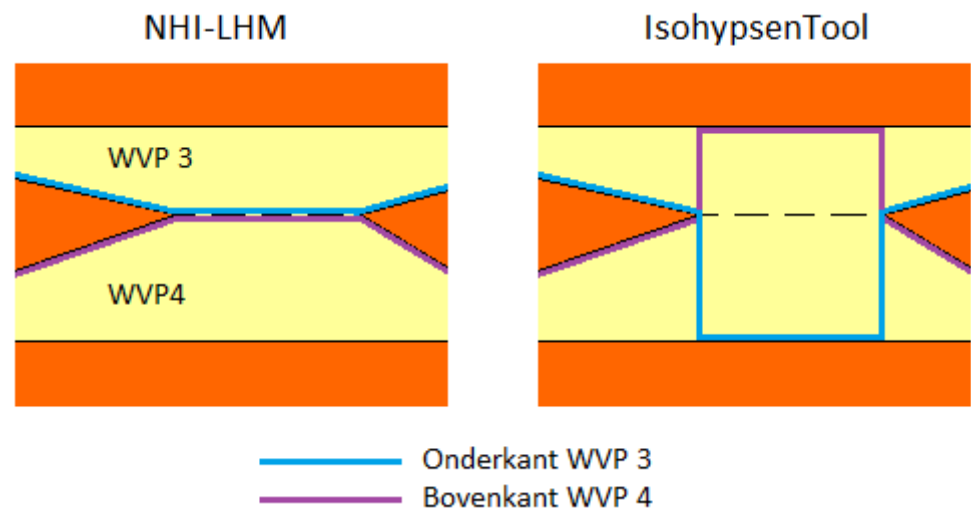
Het Landelijk Hydrologisch Model (LHM) is onderdeel van het Nationaal Hydrologisch Instrumentarium (NHI) dat is ontwikkeld om grond- en oppervlaktestromingen op landelijke schaal te kunnen berekenen. Het is een vrijwel landsdekkend model dat voor het grondwater rekent met een ruimtelijke resolutie van 250 bij 250 meter. Voor de *Isohypsentool* wordt de stationaire stijghoogte per LHM laag gebruikt als referentievlak. Dit referentievlak geeft het gemiddelde ruimtelijke patroon van de stijghoogte (en wordt gebruikt als trendvlak in geostatistische termen).

De ondergrond in het NHI/LHM (Hoogewoud e.a., 2010) is geschematiseerd in 7 watervoerende pakketten (WVP) gescheiden door slecht-doorlatende lagen (SDL; zie Figuur 3). Deze schematisatie is gebaseerd op de kartering van het hydrogeologisch model [REGIS 2.1](#).



Figuur 3, watervoerende pakketten in het NHI/LHM (uit Hoogewoud e.a., 2010)

De scheidende lagen hebben vaak een beperkte verbreiding en zijn daardoor niet allemaal overal aanwezig. Daar waar een scheidende laag afwezig is functioneren de boven- en ondergelegen watervoerende pakketten als één pakket. De *Isohypsentoel* gebruikt daarom aangepaste hoogtes van de boven- en onderkanten van de watervoerende pakketten (zie Figuur 4).



Figuur 4 Definitie watervoerende pakketten bij een uitwiggende scheidende laag ten behoeve van de stijghoogteverdeling voor de *Isohypsentoel*.

Van elk filter in de DINO database is de diepte bekend en zo kan van elk filter met deze aangepaste hoogtes bepaald worden in welke laag van het LHM het zich bevindt. In gevallen waar scheidende lagen ontbreken kunnen putfilters zo ingedeeld zijn bij meerdere watervoerende pakketten.

5 Stap 3: Uitvoeren berekening

5.1 Verschillende variabelen.

De *Isohypsentool* kan ruimtelijke patronen voor de variabelen 'stijghoogte op een datum' genereren. Voor alle variabelen wordt dezelfde berekeningsprocedure gebruikt. We duiden met de term 'waarnemingen' de variabele aan waarvoor het ruimtelijk patroon gegenereerd moet worden.

5.2 Meerdere waarnemingen op dezelfde locatie = dubbele punten

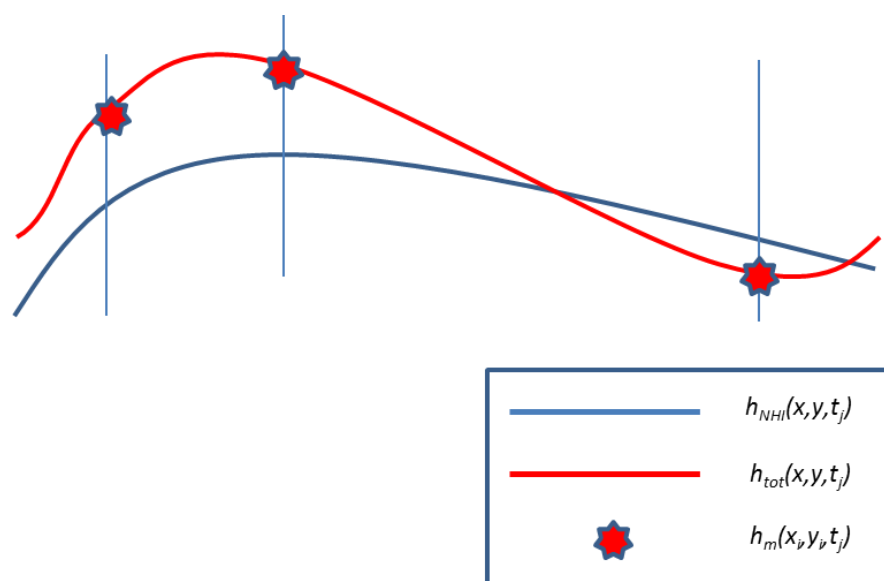
Het komt voor dat er meerdere filters boven elkaar in hetzelfde watervoerende pakket aanwezig zijn, zgn. dubbele punten. Veelal is dit de situatie in de nabijheid van een winning. Meerdere meetpunten op dezelfde locatie vormen een probleem bij de interpolatie. Er is voor gekozen om het bovenste filter te gebruiken.

5.3 Bepaling verschil met LHM vlak

Het regionale stijghoogte patroon van de betreffende LHM laag is het referentievlak bij het genereren van de isohypsenbeelden. Eerst worden de verschillen tussen de waarnemingen en het referentievlak bepaald, Vervolgens worden deze verschillen geïnterpoleerd (zie figuur 5). Het residu $s(x_i, y_i)$ tussen de waarnemingen en het referentievlak op een locatie (x_i, y_i) is:

$$s(x_i, y_i) = h(x_i, y_i) - h_{NHI}(x_i, y_i)$$

Waarbij $h(x_i, y_i)$ de waarneming en $h_{NHI}(x_i, y_i)$ het referentievlak uit het LHM op locatie (x_i, y_i) is.



Figuur 5, NHI/LHM als referentie bij het ruimtelijk patroon van de waarneming.

5.4 Verwijderen extreme waardes

Het verschil van een waarneming met het referentievlak kan, behalve door directe meetfouten, om verschillende redenen een extreme of zelfs onrealistische waarde hebben (zie Kader 1):

Het experimentele variogram (zie 5.5) wordt bepaald met een kwadratische berekening. In deze berekening krijgen uitschieters een onevenredig groot gewicht. Daarom is ervoor gekozen om uitschieters niet mee te nemen in de berekeningen. De procedure om uitschieters te detecteren is als volgt:

Het gemiddelde van de residuen wordt berekend door:

$$\bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s(x_i, y_i)$$

De standaard afwijking van de residuen wordt berekend door:

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \{s(x_i, y_i) - \bar{s}\}^2}$$

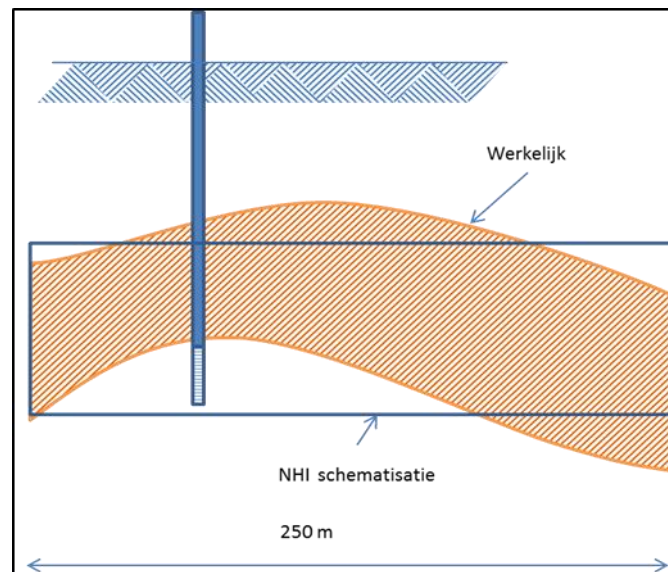
Een waarneming wordt verwijderd als de residuwaarde meer dan 2,5 maal de standaardafwijking van het gemiddelde ligt.

$$|s(x_i, y_i) - \bar{s}| > 2,5 * \sigma_z$$

Op deze wijze wordt voor alle waarnemingen getoetst of het extremen zijn. Indien $s(x_i, y_i)$ normaal verdeeld is komt dit erop neer dat we waarnemingen buiten het 99% interval rond het gemiddelde niet meenemen. Deze definitie van extreem is arbitrair. Een normale waarde kan als extreem worden aangemerkt wanneer de meeste residuen erg klein zijn en het is mogelijk dat bij meerdere extreme waardes de minst extreme toch mee gaat in de verdere berekening.

Kader 1 Mogelijke oorzaken van extreme waardes

- *Koppeling van filters aan een verkeerde LHM laag door bijvoorbeeld:*
 - *fouten in de diepte gegevens van het betreffende filter*
 - *fouten in de horizontale coördinaten van een meetpunt*
 - *de diepteligging van de LHM lagen kan fouten bevatten door de schematisatie zoals toegepast in het NHI/LHM of als gevolg van fouten in REGIS.*
 - *fouten door schaalverschillen Het LHM is geschematiseerd op een schaal van 250 x 250 m. Dit houdt in dat de grensvlakken tussen de watervoerende pakketten en de slecht-doorlatende lagen een gemiddelde zijn van een blok van 250 x 250 m. De diepte van een filter is echter een puntwaarde. Als de diepte van een grenslaag over 250 m meer variatie kent dan de lengte van het filter, kan een filter verkeerd toegekend worden (zie Figuur 2).*
- *Lokale omstandigheden zoals:*
 - *Verlaging door een grondwateronttrekking;*
 - *Kunstmatige infiltratie;*
 - *Overstromen van een peilbuis*
 - *Aanwezigheid van een breuk of glaciale geul.*
- *Extreme gebeurtenissen*



Figuur 6 Onnauwkeurigheden door schaalverschillen tussen NHI/LHM en putgegevens in DINO

5.5 Bepalen experimenteel variogram

Het experimenteel variogram karakteriseert de ruimtelijk correlatie van de residuen. Variogramwaardes zijn afhankelijk van het verschil tussen residuen die onderling gescheiden zijn door een bepaalde afstand, waarbij de waardes van het variogram per afstandsklasse worden gegeven door:

$$\hat{\gamma}(\bar{d}_j) = \frac{1}{2N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (s_i - (s_i + d))^2, \forall (s_i, s_i + d): d \in [d_j, d_j + \delta]$$

hierin zijn d_j de minimale afstand tussen punten paren in klasse j , δ de klassegrootte, en N_j het aantal puntenparen in klasse j . De afstandsklassen δ zijn 500 meter breed.

Voor het zinvol bepalen van een experimenteel variogram is een set waarnemingen van voldoende grootte nodig. Bijvoorbeeld minimaal 30. Standaard wordt in de tool een minimum aantal punten van 3 aangehouden. Het aantal waarnemingen is weergegeven in het bestand `semivar_expxxx.csv` (zie figuur 7), deze is te raadplegen via 'download data'.

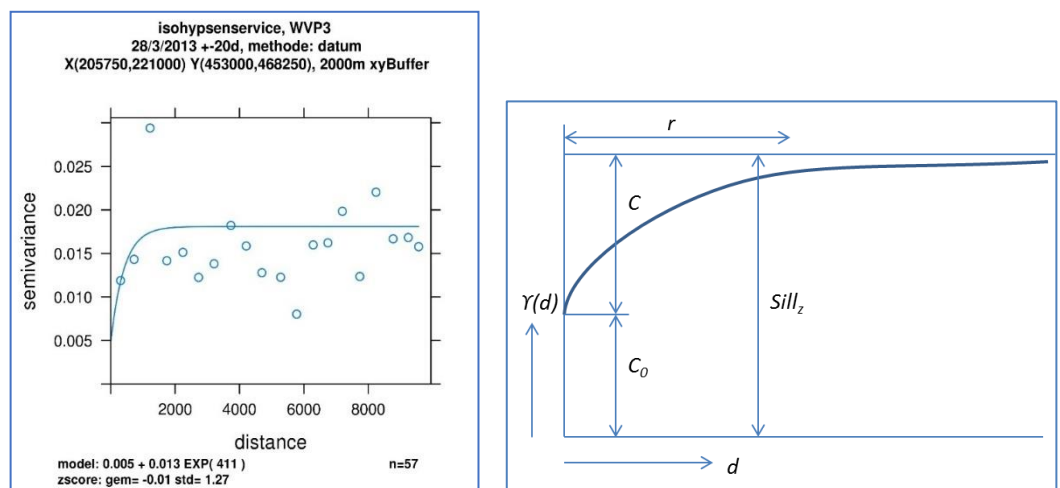
5.6 Schatting variogrammodel

Door de waardes van het experimenteel variogram wordt met een automatische procedure een variogrammodel gefit. Hierbij wordt uitgegaan van een exponentieel model met een nugget. De ervaring leert dat dit model in veel gevallen een redelijke fit geeft. Het variogram model wordt als functie van de afstand d gegeven door:

$$\gamma(d) = C_0 + C \left(1 - e^{\left(\frac{-d}{r}\right)}\right)$$

Hierin wordt het exponentiele variogrammodel gedefinieerd door de nugget C_0 , de sill C en range r .

Deze functie heeft drie parameters die geoptimaliseerd moeten worden (C_0 , C en r). De som van de sill van het exponentiele variogrammodel en de nugget komt overeen met de variantie van s . Voor een grafische weergave, zie figuur 7.



Figuur 7, (a) Voorbeeld semivariogram uit de *Isohypsentool* (via 'download data')

(b) Visualisatie variogrammodel met nugget (C_0), sill (C) en range (r).

De schattingsprocedure van de sill, nugget en range minimaliseert het verschil tussen het variogram model $\gamma(\bar{d}_j)$ en het experimenteel variogram $\hat{\gamma}(\bar{d}_j)$. Deze schatting vindt geautomatiseerd per afstandsklasse plaats door dit verschil iteratief

te minimaliseren (Pebesma, 2004). Hiervoor wordt gebruikt gemaakt van de kleinste kwadraten methode (Cressie, 1985) :

$$\sum_{j=1}^n w_j (\hat{\gamma}(\bar{d}_j) - \gamma(\bar{d}_j))^2$$

waarbij het gewicht per klasse bepaald wordt door het aantal paren in de klasse en afstand van de paren:

$$w_j = \frac{N_j}{d_j^2}$$

Als de minimalisatie niet slaagt en geen passend variogrammodel wordt gevonden, wordt de initiële klassegrootte van 500 m in stapjes van 500 m vergroot tot maximaal 3000 m, waarna telkens op basis van het nieuwe experimentele variogram een variogrammodel wordt geschat. De gebruikte klassegrootte is weergegeven in de naam van het bestand `semivar_expxxx.csv`, deze is te raadplegen via 'download data'.

5.7 Interpolatie

Met het variogram model als basis kan door middel van ordinary block kriging een vlakdekkend beeld van het stijghoogteverschil t.o.v. het NHI/LHM worden bepaald. Door het gebruik van kriging bij ruimtelijke interpolatie kan worden gecorrigeerd voor clustering van de datapunten. Behalve een optimale schatting van elke locatie wordt ook de variantie van de fout in de voorspelling bepaald (de Kriging variantie). Hiervan wordt ook gebruik gemaakt bij cross-validatie.

Door de ruimtelijk geïnterpoleerde residuen weer bij het referentievlak (uit NHI/LHM) op te tellen, wordt het ruimtelijke patroon van de gekozen variabele verkregen.

5.8 Cross-validatie

Bij cross-validatie wordt een meetwaarde op een enkele locatie weg gelaten om vervolgens de waarde op die locatie te schatten uit de overgebleven data. De geschatte waarde kan vervolgens met de werkelijke waarde worden vergeleken. Hieruit volgt een maat van de betrouwbaarheid van de uiteindelijke interpolatie. De uitkomst van de cross-validatie is bij elke meetwaarde gegeven als de z-score, waarbij de z-score op een locatie wordt gegeven door:

$$z_i = \frac{Z(s_i) - \hat{z}_i(s_i)}{\sqrt{\sigma_i^2(s_i)}}$$

met $Z(s_i)$ de werkelijke waarde op de locatie van s_i , de cross-validatie voorspelling \hat{z}_i , en σ_i^2 de variantie van de fout van de kriging voorspelling.

Voor een goede interpolatie dient het gemiddelde van de teller van de z-score over alle punten dicht bij 0 te liggen, terwijl de gemiddelde z-score ongeveer 1 moet zijn.

$$\frac{1}{N} \sum_i^N Z(s_i) - \hat{z}_i(s_i) \approx 0$$
$$\frac{1}{N} \sum_i^N z_i = \frac{1}{N} \sum_i^N \frac{Z(s_i) - \hat{z}_i(s_i)}{\sqrt{\sigma_i^2(s_i)}} \approx 1$$

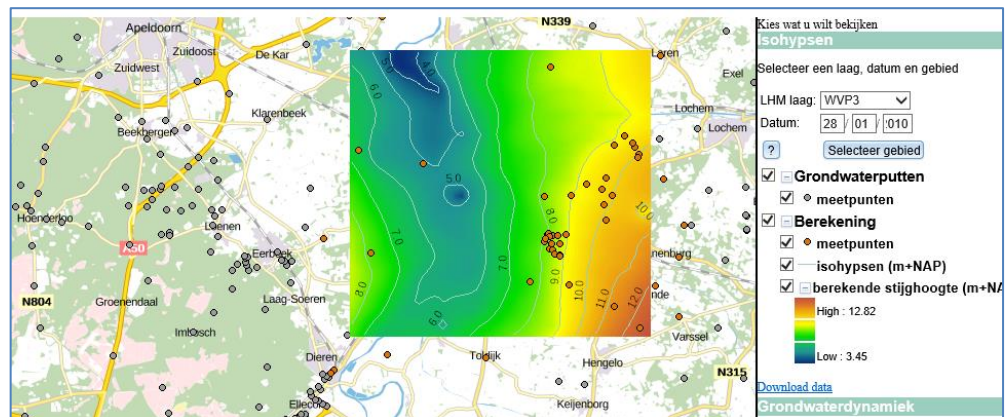
5.9 Software

De *Isohypsentooll* is geprogrammeerd in Python (<http://www.python.org>) en gebruikt de module `gstat` in de "R" omgeving (Pebesma en Wesseling, 1998; Pebesma, 2004) voor het bepalen van het experimentele variogram, het schatten van het variogrammodel, de kriging interpolatie en de cross-validatie.

6 Stap 4: Ophalen resultaten

6.1 Isohypsens in de viewer

De berekende isohypsens en stijghoogten worden in de viewer getoond. De rekencellen krijgen een kleur gekoppeld aan de stijghoogte (Figuur 8).



Figuur 8 Voorbeeld uit de viewer van de *Isohypsens tool*

6.2 Download data

De IsohypsensTool biedt de gebruiker de mogelijkheid om de resultaten te downloaden. De gebruiker kan dan een .zip file opslaan met de volgende inhoud:

- ESRI-Shape met berekende isohypsens (isohypsens.shp, .shx, .dbf);
- ASCII-grid met berekende stijghoogten (stijghoogte.asc);
- ASCII-grid met de geïnterpoleerde residu waarden (kriging_residu.asc)
- Variogramdata en z-scores (krig_cv.csv);
- Variogramgrafiek (var_exp_mod_500.jpg);
- ESRI-Shape en tabel met de putinformatie (piezometers.shp, .shx, .dbf, piezometers.csv);
- ASCII-grid met NAP-hoogte van de bovenkant van de NHI/LHM laag (nhi_top.asc);
- ASCII-grid met NAP-hoogte van de onderkant van de NHI/LHM laag (nhi_bot.asc);
- ASCII-grid met gemiddelde stijghoogte uit het LHM (nhi_stijghoogte.asc);
- Diverse hulpfiles (semivar_exp500.csv, krig_cmd_r, krig_cmd_r.Rout, vgm500cmd_r, vgm500cmd_r.Rout, krig_res.prj, NHI_bot.prj, NHI_SH.prj, NHI_top.prj, sh.prj).

7 Beperkingen en aanbevelingen

De gebruiker heeft informatie nodig over de diepteligging of geologische eenheden die horen bij de watervoerende pakketten uit het NHI/LHM om een keuze te kunnen maken en de *Isohypsentool* zinvol te kunnen gebruiken. Het meest sprekend hiervoor zijn dwarsdoorsnedes. Een eenvoudiger oplossing zou een representatieve NAP-hoogte per LHM laag kunnen zijn.

Het is wenselijk om een indicatie te geven van de kwaliteit van de getoonde isohypsen. Eén aspect daarbij is de kwaliteit van de residu-interpolatie die afgeleid kan worden uit de z-scores uit de cross-validatie (de afwijking van nul van het gemiddelde van de tellers van de z-score en de afwijking van 1 van het gemiddelde van de z-scores). Verder zijn het gemiddelde en de variantie van de geïnterpoleerde residuen van belang. Ook de dynamiek van de stijghoogten in de NHI/LHM-uitkomsten kan gebruikt worden. Verder zou het goed zijn om geen 'smoothing' toe te passen bij de isohypsen, zodat duidelijker is dat ze berekend zijn op de resolutie van het LHM.

De interpolatie houdt geen rekening met 'vaste randen' voor de stijghoogten, zoals grote oppervlaktewateren (voor ondiepere stijghoogten). De dynamiek van de stijghoogten in het LHM kan daarvoor als indicatie gebruikt worden. Het is ook mogelijk om de vaste randen expliciet in de interpolatie op te nemen.

Momenteel worden de stijghoogten niet gecorrigeerd voor verschillen in dichtheid. Dit is met name bij brak en zout grondwater van belang. De benodigde informatie is over het algemeen in de DINO database aanwezig, zodat het mogelijk is om wel een dichtheidscorrectie toe te passen. Dit is ook wenselijk.

Ter plaatse van breuken is er mogelijk geen contact tussen de delen van een watervoerend pakket aan weerszijden van de breuk. De berekende stijghoogten en isohypsen kunnen dan verbeterd worden door de interpolatie separaat uit te voeren voor beide delen.

Presentatie van isohypsen voor een specifieke datum is naar verwachting minder nauwkeurig en minder zinvol dan interpolatie van karakteristieken als gemiddelde stijghoogte, GHG en GLG. Lineaire interpolatie tussen twee 14-daagse metingen is een grove benadering voor snelle grondwatersystemen. Daarvoor is het aan te bevelen een tussenliggende waarde te bepalen met de tijdreeksmodellen uit de Grondwaterdynamiektool. De grove ruimtelijke discretisatie in het LHM past niet goed bij een fijne tijdsresolutie van 1 dag. Verder worden gemiddelde waarden, GHG en GLG veel meer gebruikt in het (grond)waterbeheer dan stijghoogten op één specifieke dag.

Statistisch gezien is het ideaal als de residuen klein zijn, geen ruimtelijke samenhang vertonen en het gemiddelde gelijk is aan nul. Dit kan verbeterd worden door niet standaard uit te gaan van de gemiddelde stijghoogte uit LHM, maar uitvoer vanuit het LHM te gebruiken dit past bij de te interpoleren grootheid (bijvoorbeeld de met het LHM berekende GHG voor het tonen van de GHG in de *Isohypsentool*). Voor isohypsen voor een specifieke datum zou de LHM-uitvoer voor

die dag beschikbaar moeten zijn of online berekend moeten worden. Dit kan in een volgende fase aan de orde komen in samenwerking met Deltares.

Bij het selecteren van de meetfilters en de interpolatie is een aantal keuzen gemaakt. Zo wordt bij het bepalen van het variogrammodel een minimum aantal punten van 3 aangehouden en wordt bij dubbele punten nu het bovenste filter genomen. Wellicht is het gemiddelde meer representatief. Het is aan te bevelen de gebruiker bewust te maken van keuzen die de resultaten belangrijk beïnvloeden.

De download data bevat allerlei gedetailleerde informatie over de interpolatie en de betrouwbaarheid ervan. Deze zal niet voor alle gebruikers goed te duiden zijn. Op het scherm wordt geen informatie over de kwaliteit van de berekende stijghoogten en de isohypsen getoond. Het is zinvol om een indicatie hiervan te tonen bijvoorbeeld in de vorm van een getal of een stoplicht-kleurcodering.

8 Referenties

Wilbert Berendrecht en Frans van Geer (2015) Ontwikkeling automatische tijdreeksmodellering voor (DINO) stijghoogtereeksen en de uitwerking naar informatieproducten: Stand van zaken november 2015, TNO-2015-R11600|v1, Geologische Dienst Nederland, GDN-TNO, Utrecht.

N. Cressie (1985) Fitting variogram models by weighted least squares. *Mathematical Geology*, 17(5):563-586.

Frans van Geer (2014) Bepaling van regiemcurves en dynamische karakteristieken van stijghoogtereeksen met een variabele frequentie, TNO-2012-R10803-2, Geologische Dienst Nederland, GDN-TNO, Utrecht.

Jacco Hoogewoud, Wim de Lange, Joachim Hunink, Ronald Vernes, Erik Simmelink, Jan Hummelman, Rien Pastoors (2010) Nationaal Hydrologisch Instrumentarium – NHI Modelrapportage fase 2 – Deelrapport 1 – Ondergrond – fase 2, September, 6 maart 2010, beschikbaar via: http://www.nhi.nu/nl/index.php/download_file/view/62/181/ geraadpleegd op 1 september 2016.

Edzer J. Pebesma (2004) Multivariable geostatistics in S: the gstat package, *Computers & Geosciences*, Volume 30, Issue 7, August 2004, Pages 683-691.

Edzer J. Pebesma, Cees G. Wesseling (1998) Gstat: a program for geostatistical modelling, prediction and simulation Original Research Article, *Computers & Geosciences*, Volume 24, Issue 1, 29 January 1998, Pages 17-31.